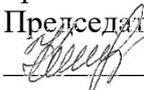


КОМИТЕТ ПО ОБРАЗОВАНИЮ АДМИНИСТРАЦИИ г. БРАТСКА  
МУНИЦИПАЛЬНОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ «ЛИЦЕЙ №2»

РЕКОМЕНДОВАНО  
внутренним экспертным  
советом МБОУ «Лицей №2»  
от «15» мая 2024 г.  
протокол № 4  
Председатель  
 /Н.А. Кучменко/

УТВЕРЖДЕНО  
Приказом директора  
МБОУ «Лицей №2»  
от «02» сентября 2024 г.  
№ 1/16  
Директор МБОУ Лицей №2»  
\_\_\_\_\_ /Ю.М. Кулешова /

**«МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И ОПТИМИЗАЦИЯ»**

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ ОБЩЕРАЗВИВАЮЩАЯ  
ПРОГРАММА ТЕХНИЧЕСКОЙ НАПРАВЛЕННОСТИ

Срок реализации: 1 год

Возраст обучающихся: 16-17 лет

Автор-составитель:  
Сорокин Степан Павлович, к. ф-м. н.,  
педагог дополнительного образования  
МБОУ «Лицей № 2» г. Братска

г. Братск, 2024 г.

## Пояснительная записка

### I. Основные характеристики образования:

Настоящая дополнительная общеобразовательная общеразвивающая программа разработана в соответствии с Концепцией проекта создания базовых школ РАН, которая была утверждена 13.05.2019 г.

Согласно Концепции, подготовка молодых кадров для отечественной науки требует целостного и системного подхода, начиная с уровня общего образования. Привлечение в общеобразовательные организации ученых научных центров и преподавателей вузов, обладающих фундаментальными научными знаниями, умениями экспериментальной и поисковой деятельности. Их участие в образовательной деятельности базовых школ РАН позволит выявлять и обучать способных, талантливых школьников, организовать их более основательную профильную и углубленную, а также предпрофессиональную подготовку для формирования будущих молодых ученых, осознанного выбора современных профессий в наукоемких отраслях экономики.

Актуальность данной программы обусловлена потребностью углубленного изучения математики учащимися профильных классов (технологический профиль). В рамках данной программы обучающиеся базовой школы РАН получают новые возможности не только развития и совершенствования предметной компетенции, но и освоения современных методов научных исследований в области математики, оценки достоверности и значимости полученных результатов. Они научатся самостоятельно получать новые научные знания, осуществлять поисковую деятельность, решая проблемы математической науки под руководством ученых. Программа описывает современное состояние в областях математического моделирования и теории оптимизации, знакомит слушателей не только с традиционными методами анализа и решения задач, но и затрагивает развивающиеся подходы.

Нормативно-правовую базу разработки программы составляют:

- Федеральный закон от 29.12.2012 № 273-ФЗ "Об образовании в Российской Федерации";
- СанПиН 2.4.4.3172-14 "Санитарно-эпидемиологическими требованиями к устройству, содержанию и организации режима работы образовательных организаций дополнительного образования детей", утвержденным Постановлением Главного государственного санитарного врача РФ от 04.07.2014 № 41;
- Письмо Минобрнауки РФ «Методические рекомендации по проектированию дополнительных общеразвивающих программ от 18 ноября 2015 г. №09-3242;
- Методические рекомендации по разработке и оформлению дополнительных общеразвивающих программ в организациях, осуществляющих образовательную деятельность в Иркутской области;
- Порядок организации и осуществления образовательной деятельности по дополнительным общеобразовательным программам, утвержденный Приказом Минобрнауки России от 09.11.2018 № 196.

Цель программы состоит в ознакомлении обучающихся с теорией и практикой оптимизации систем на основе решения экстремальных задач, развитие основ профессиональных компетенций.

Указанная цель достигается за счет решения следующих задач:

- формирование у обучающихся представления об основных типах оптимизационных моделей и подходов к их исследованию, о принципах построения численных алгоритмов оптимизации, ориентированных на различные классы моделей;
- формирование у обучающихся представлений о способах обработки и анализа результатов вычислительных экспериментов по решению экстремальных задач;
- формирование способности и готовности к самостоятельной научно-исследовательской деятельности в области математического моделирования и оптимизации;
- формирование устойчивого интереса к будущей профессиональной деятельности, связанной с технологическим профилем.

Направленность программы – техническая. Уровень содержания программы – продвинутой. Уровень усвоения – профессионально-ориентированный.

Новизна программы состоит в выходе за рамки стандартной учебной программы, в использовании методов научного исследования для развития и совершенствования способности к творческому, нестандартному мышлению при решении математических и технических задач, в том числе, не входящих в обычные школьные курсы.

В результате реализации программы у учащихся профильных классов будет:

- сформировано представление о происхождении стандартных математических приемов и методов, их взаимосвязи;
- дополнены знания о способах решения уже известных задач;
- сформированы навыки научно-исследовательской деятельности в области применения методов математического моделирования и методов оптимизации как к академическим примерам, так и к носящим (квази-) прикладной характер.

Рекомендуемое количество академических часов на освоение дополнительной общеобразовательной общеразвивающей программы – 135. Из них теоретических часов – 73, практической работы учащихся – 62 часа. Нормативный срок освоения программы – 8 месяцев.

## **II. Организационно-педагогические условия реализации образовательной программы:**

Реализация программы предусмотрена в заочной форме посредством электронного обучения и дистанционных образовательных технологий. Программа рассчитана на учащихся МБОУ «Лицей № 2» 10 класса инженерно-технологического (информационно-технологического) профиля с углубленным изучением математики.

Программа реализуется при поддержке Федерального государственного бюджетного учреждения науки Институт динамики систем и теории управления имени В.М. Матросова Сибирского отделения Российской академии наук (ИДСТУ СО РАН).

В процессе освоения программы используются следующие образовательные технологии: технология проблемного обучения, проектная технология. Ведущими технологиями в реализации программы являются электронное обучение и дистанционные образовательные технологии. Преподавание по программе осуществляется с использованием программы Яндекс Телемост. При этом группа учащихся либо находится в одном учебном кабинете, либо дети обучаются удаленно из дома.

Занятия по программе проводятся 1 раз в неделю. Продолжительность занятий – 4,5 академических часа с 10-минутным перерывом. Теоретические занятия реализуются в форме интерактивных лекций, практическая работа – в форме решения задач, подготовки и презентации проектов, организации дискуссий, конференций и др.

При выставлении итоговой оценки учащегося за прохождение программы учитываются оценки, полученные за решение математических и технических задач.

### Учебный план

| № п/п  | Наименование раздела   | Количество часов |        |          | Формы промежуточной аттестации |
|--------|--|------------------|--------|----------|--------------------------------|
|        |  | Всего            | Теория | Практика |                                |
| I      | Введение в математическое моделирование и теорию оптимизации | 18               | 14     | 4        | Доклад                         |
| II     | Задачи линейного программирования                            | 27               | 16     | 11       | Устное выступление             |
| III    | Выпуклые задачи оптимизации (случай двух переменных)         | 33,5             | 22,5   | 11       | Контрольная работа             |
| IV     | Дискретные задачи оптимизации                                | 29,5             | 12,5   | 17       | Доклад                         |
| V      | Динамическое программирование                                | 27               | 8      | 19       | Контрольная работа, доклад     |
| Итого: |  | 135              | 73     | 62       |                                |

### Тематическое содержание программного материала

#### Раздел I. Введение в математическое моделирование и теорию оптимизации

Описание проблем на максимум и минимум. Примеры оптимизационных задач из различных областей науки, техники и жизни. Принципы математического моделирования.

#### Раздел II. Задачи линейного программирования

Предварительные сведения и объекты. Постановка задачи линейного программирования, обзор классических постановок. Способы и особенности моделирования задач линейного программирования. Графический метод решения задач линейного программирования. Численное решение задач линейного программирования (на примере MS Excel). Практические задания по численному решению.

#### Раздел III. Выпуклые задачи оптимизации (случай двух переменных)

Постановка выпуклой задачи оптимизации. Её особенности и свойства. Задачи безусловной и условной выпуклой оптимизации. Методы решения выпуклых задач. Примеры.

## Раздел IV. Дискретные задачи оптимизации

Дискретные задачи оптимизации: происхождение и моделирование. Особенности дискретных задач и подходы к их решению. Практическое значение.

## Раздел V. Динамическое программирование

Динамические модели, их отличие от статических. Простейшие задачи динамического программирования. Принцип Беллмана в динамическом программировании. Современные методы исследования задач динамической оптимизации. Сценарные расчеты и имитационное моделирование.

## Контроль и оценка результатов освоения программы

Освоение дополнительной общеобразовательной программы заканчивается итоговой аттестацией слушателей. Вид итоговой аттестация по дополнительной общеобразовательной программе – защита проектной или исследовательской работы. По результатам итогового аттестационного испытания выставляются отметки по пятибалльной системе: отлично, хорошо, удовлетворительно, неудовлетворительно.

Темы проектных работ разработаны на основе содержания программы (изученных разделов и тем). Примерная тематика следующая:

1. Моделирование распространения инфекционного заболевания
2. Математическое моделирование развития пандемии
3. Динамика финансовых пирамид: взгляд изнутри
4. Оценка численности популяции в условиях конкуренции и промысла
5. Демократические выборы: математический подход
6. Многоэтапные процессы: моделирование и оптимизация
7. Подходы к моделированию процессов в логистике
8. Математическое моделирование на финансовом рынке
9. Поиск оптимальной стратегии противодействия вербовке террористов
10. Экономико-математическое моделирование борьбы с лесными пожарами
11. Оптимальное управление в моделях трейдинга
12. Подходы к информационной безопасности предприятия
13. Задачи транспортной логистики: моделирование и оптимизация
14. Исследование динамической модели поведения трейдера на зерновой бирже
15. Модели оптимизации в экономике

## Паспорт комплекта оценочных средств

| Предметы оценивания   | Показатели оценки  |
|---|--|
| Умения и УУД:<br>– самостоятельно приобретать знания в области математической литературы, уметь | – демонстрирует сформированность математической грамотности, способность понять и объяснить нестандартную математическую формулу;<br>– формулирует модель на языке математики, способен поставить некоторые адекватные задачи в этой модели; |

|  |   |
|--|---|
| применять полученные знания на практике;           | <ul style="list-style-type: none"> <li>– определяет актуальность проблем, критически относится к их формулировкам;</li> <li>– определяет перспективы исследования, способен предсказывать выводы, давать им интерпретацию;</li> <li>– проявляет личную заинтересованность, творческий подход к работе;</li> <li>– получает новые знания в области математического моделирования и оптимизации, способен предложить корректировки и модификации к изученным моделям и задачам</li> </ul>                         |
| – регулятивные действия;                           | <ul style="list-style-type: none"> <li>– оформление работы отвечает требованиям;</li> <li>– ставит цель, планирует пути ее достижения;</li> <li>– грамотно представляет результаты исследования / проектной деятельности в области математики, моделирования, методов оптимизации.</li> </ul>   |
| – коммуникативные действия.                        | <ul style="list-style-type: none"> <li>– четко, точно и убедительно выступает с результатами проектной /исследовательской деятельности в области математики, моделирования, методов оптимизации, а также их приложений;</li> <li>– отвечает на вопросы по содержанию своей работы, обосновывает свою точку зрения, способен к принятию критики, замечаниям.</li> </ul>  |
| Знания:<br>– предметные знания и способы действия. | <ul style="list-style-type: none"> <li>– демонстрирует знания в области математики и других точных наук;</li> <li>– проявляет устойчивый интерес к поисковой / исследовательской деятельности в соответствующих областях;</li> <li>– выбранные способы работы соответствуют цели и содержанию проектной / исследовательской работы;</li> <li>– тема проекта / исследования раскрыта полностью;</li> <li>– продукт проектной деятельности / гипотеза исследования соответствует требованиям качества.</li> </ul> |

## Условия реализации программы

### 1. Минимально необходимые материалы и оборудование для реализации программы:

Реализация дополнительной общеобразовательной общеразвивающей программы осуществляется в дистанционной форме на платформе Яндекс Телемост и посредством электронной информационно-образовательной системы (ЭОИС). Она требует наличия персонального компьютера (минимальное требование – одноядерный процессор 1 ГГц) с выходом в интернет; веб-камеры; аудиокolonок; микрофона.

### 2. Информационное обеспечение реализации программы:

Список использованной литературы:

1. Галеев Э.М. Оптимизация: теория, примеры, задачи: Учебное пособие. — М.: Едиториал УРСС, 2002. — 304 с.

2. Таха Х.А. Введение в исследование операций, 7-е издание.: Пер. с англ. — М.: Издательский дом «Вильямс», 2005. — 912 с:
3. Сухарев А. Г., Тимохов А. В., Федоров В. В. Курс методов оптимизации: Учеб. пособие. — 2-е изд. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. — 368 с.

Список рекомендованной литературы:

1. Гасс С. Путешествие в страну линейного программирования.: Пер. с англ. Ю.Н. Сударева. Предисл. Ю.В. Овсиенко. — М., «Мир», 1971. — 176 стр
2. Тихомиров В.М. Рассказы о максимумах и минимумах. Серия «Библиотечка Квант». М., Наука, 1986 — 192 с. URL: <http://ilib.mccme.ru/djvu/bib-kvant/max.htm>
3. Васильев Ф.П. Методы оптимизации: в 2-х кн. — М.: МЦНМО, 2011. — Кн. 1. — 620 с.; Кн. 2. — 433 с.
4. Нестеров Ю.Е. Введение в выпуклую оптимизацию. — М.: МЦНМО, 2010. — 279 с.
5. Кларк Ф. Оптимизация и негладкий анализ: Пер. с англ./Под ред. В.И. Благодатских. — М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1988. — 280 с.

### **3. Кадровое обеспечение реализации программы.**

Реализация дополнительной общеобразовательной общеразвивающей программы обеспечивается научными или педагогическими кадрами:

- имеющими высшее образование (специалитет, магистратура), направленность (профиль) которого соответствует направленности программы;
- имеющими ученую степень кандидата наук или являющимися соискателями ученой степени.

Примеры практических задач

**Задача 1.**

Туристическое агентство собирается заказать издательству выпуск художественных альбомов трех типов А, В, С. Их изготовление лимитируется затратами ресурсов трех видов, удельные расходы которых приведены в таблице

| Вид ресурса            | Удельные затраты ресурсов на выпуск альбомов |   |   |
|------------------------|--|---|---|
|                        | А  | В | С |
| Финансы (\$)           | 2  | 1 | 4 |
| Бумага (листы)         | 4  | 2 | 2 |
| Трудозатраты (чел-час) | 1  | 1 | 2 |

Издательство для выполнения заказа получило финансовые средства в объеме \$3600, имеет в наличии 52000 листов бумаги и может использовать трудовые ресурсы в объеме 2200 чел-час.

Агентство платит за выпуск одного альбома типа А – 22 доллара, за альбом В – 18 долларов, за альбом С – 30 долларов.

- 1) Сколько альбомов каждого типа должно выпустить издательство, чтобы получить максимальный суммарный доход?
- 2) Почему издательству не выгодно выпускать альбомы типа С? Как вы считаете, при какой оплате выпуск альбомов С станет выгодным?
- 3) Увеличится ли прибыль за счет привлечения дополнительных финансовых средств?

**Задача 2.**

Предприятие оптовой торговли может реализовать  $T_j$ ,  $j = \overline{1, 4}$ , группы товаров. Для этого используется несколько видов ресурсов. Исходные данные для построения математической модели приведены в таблице

| Лимитирующие ресурсы и показатели | Товарная группа |       |       |       | Объем ресурса | Вид ограничения |
|-----------------------------------|-----------------|-------|-------|-------|---------------|-----------------|
|                                   | $T_1$           | $T_2$ | $T_3$ | $T_4$ |               |                 |
| Складские площади, $m^2$          | 9               | 13    | 8     | 5     | 60 000        | $\leq$          |
| Трудовые ресурсы, чел.-час.       | 75              | 70    | 25    | 40    | 400 000       | $\leq$          |

|  |     |     |     |       |         |        |
|--|-----|-----|-----|-------|---------|--------|
| Издержки обращения, ден.ед.                                    | 85  | 115 | 140 | 60    | 600 000 | $\leq$ |
| Товарные запасы, ден.ед.                                       | 15  | 21  | 15  | 10    | 90 000  | $\leq$ |
| План товарооборота, ден.ед.                                    | 100 | 75  | 85  | 25    | 300 000 | $\geq$ |
| Минимально допустимый план товарооборота по $j$ -й группе, ед. | 600 | 500 | 750 | 1 100 |         | $\geq$ |
| Прибыль, ден.ед.   | 40  | 15  | 10  | 35    |         |        |

Требуется определить план хозяйственной деятельности торгового предприятия, обеспечивающий максимум прибыли при заданных ограничениях на складские площади, трудовые ресурсы, издержки обращения, товарные запасы, величину товарооборота, если торговая прибыль в расчете на единицу товарооборота  $j$ -й группы задана. Сделать анализ полученного решения. Выявить «узкие места» на торговом предприятии и дать рекомендации по их «расшивке».